Parte del Solucionario

Prob 1 a)

1) Asumir $y(a) = r_0$, resolver el PVI con $y'(a) = \alpha$, tomar nota de $y'(b) = m_0$
2) Asumir $y(a) = r_1$, resolver el PVI con $y'(a) = \alpha$, tomar nota de $y'(b) = m_1$
3) Realice una interpolación lineal con (r_0, m_0), y (r_1, m_1) para obtener (r_2, β)
4) Asumir $y(a) = r_2$, resolver el PVI con $y'(a) = \alpha$, tomar nota de $y'(b) = m_2$
5) Verificar que $|\beta - m_2| < TOL$, casos contrario continuar iterando

Prob 1b)

```
function x=evalua(n)
   A=diag((1:n).^2)+diag(-n*ones(1,n-1),1)+diag(-n*ones(1,n-1),-1);
   b=(1:n).*(-1).^(1:n);
   x=A\b';
```

Prob 2

Reeemplazando:

$$(2+2\,i)(a+b\,i)+4(c+d\,i)=1+i$$
$$-i\,(a+b\,i)+2(c+d\,i)=3$$

a) Separando la parte real de la imaginaria:

$$\begin{bmatrix} 2 & -2 & 4 & 0 \\ 2 & 2 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 3 \\ 0 \end{bmatrix}$$

b) $k(A) = \|A\|_\infty \|A^{-1}\|\infty = 7.2$, luego el sistema esta bien condicionado.

a) Resolviendo por eliminación Gaussiana:

$$a = -0.3 \quad b = 1.1 \quad c = 0.95 \quad d = -0.15$$
$$z_1 = -0.3 + 1.1\,i \quad z_2 = 0.95 - 0.15\,i$$

Prob 3

a) Haciendo dos cambios de variable:

$$\begin{cases} y' = z & y(0) = 0 \\ z' = w & z(0) = 1 \\ w' = 3w - 3z + y + t^2 e^t & w(0) = 2 \end{cases}$$

b) Algoritmo de Euler:

$$t_{n+1} = t_n + h$$
$$y_{n+1} = y_n + h\, z_n$$
$$z_{n+1} = z_n + h\, w_n$$
$$w_{n+1} = w_n + h\left(3w_n - 3z_n + y_n + t_n{}^2 e^{t_n}\right)$$

t	y	z	w
0	2.0000	1.0000	0
0.0500	2.0500	1.0000	-0.0500
0.1000	2.1000	0.9975	-0.1049
0.1500	2.1499	0.9923	-0.1647
0.2000	2.1995	0.9840	-0.2294

c) Calculo del error

t	y	ye	err
0	2.0000	2.0000	0
0.0500	2.0500	2.0500	0.0000
0.1000	2.1000	2.0998	0.0002
0.1500	2.1499	2.1494	0.0005
0.2000	2.1995	2.1985	0.0010

Problema 4

$$h = \frac{0.4(a-x)}{a} + 0.2$$

$$a = \sqrt{3^2 + (0.4)^2}$$

$$\int_0^{0.4} \frac{(3-x)^3}{2(200)\left(\frac{0.20}{12}\right)\left(\frac{0.4(a-x)}{a}+0.2\right)^3}\,dx$$

$$\int_0^{0.4} \frac{3a^3(3-x)^3}{20(0.6a-0.4x)^3}\,dx$$

$f''(\xi) \le 1.4$

$Tol = \frac{1}{2}10^{-4}$

$$\int_0^{0.4} \underbrace{\frac{4.1585(3-x)^3}{\left(\frac{0.6a}{1.8159} - 0.4x\right)^3}}_{f(x)}\,dx$$

$N = 13$

$h = \frac{0.4}{13} = 0.03$

$$I = \frac{h}{2}\left(f_0 + f_{13} + 2\sum f_i\right) = 6.9770$$

Problema 5

% Probar con diferenciación numérica con dos puntos con delt=0.00001

$$J = \begin{bmatrix} \frac{3}{5}\sqrt{25x^2-1} - \frac{1}{2}w & \frac{15w}{\sqrt{25x^2-1}} \\ \frac{-16w^3-50w}{\left(\sqrt{\left(w^2+\frac{1}{4}\right)\left(w^2+\frac{25}{4}\right)}\right)^3} & \frac{-\pi}{4} \end{bmatrix}$$

```
>> wo=4.6;xo=0.42;
>> J=[3*sqrt(xo.^2-0.04)-0.5*wo                    3*wo*xo/sqrt(xo.^2-0.04);
   -4*(4*wo^3+6.25*2*w)/((wo^2+0.25)*(wo^2+6.25))^(3/2)            -pi/4]

J =

   -1.1920   15.6935
   -0.1257   -0.7854
```

```
function [y]=fu(w,x)
f1=3*w.*sqrt(x.^2-0.2^2)+0.2*(1-5/4*w.^2);
f2=8./(sqrt(w.^2+0.25).*sqrt(w.^2+6.25))-pi*x/4;
y=[f1;f2];
```

```
>>F=fu(wo,xo)
F =

    0.0067
    0.0004
```

$$\begin{bmatrix} \Delta w \\ \Delta x \end{bmatrix} = -J^{-1}F = -\begin{bmatrix} -0.0038 \\ 0.0001 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} w_1 \\ x_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} w_0 \\ x_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta w \\ \Delta x \end{bmatrix}$$

Iteración

$$\begin{bmatrix} w_1 \\ x_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} w_o \\ x_o \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta w \\ \Delta x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4.6 \\ 0.42 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.0038 \\ -0.0001 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4.6038 \\ 0.4199 \end{bmatrix}$$